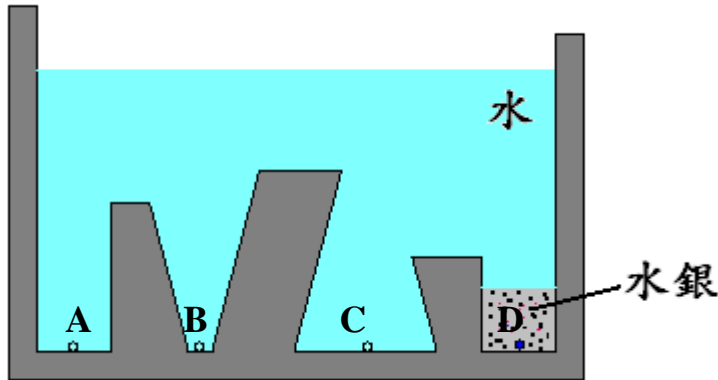


大學申請入學台大機械系綜合評量試題

共 7 題，試題共 3 頁。總分 100 分。

題一：（12 分）

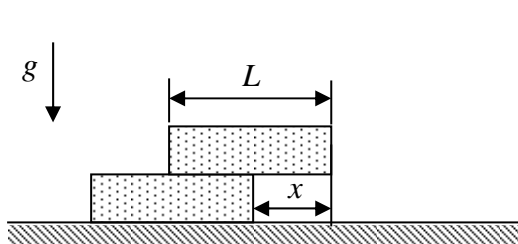
如下圖所示，一容器內盛水及部分水銀。A, B, C, D 為四處底部位置。請排出四處壓力的大小關係並說明理由。



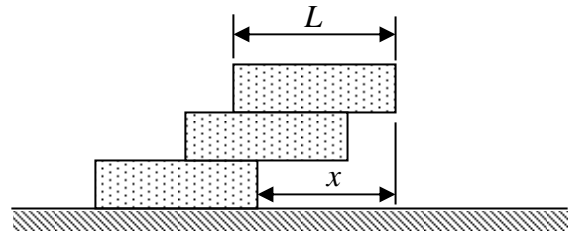
題二：（16 分）

請參考下圖回答疊磚塊的問題。假設每個磚塊的大小、質量都相同，磚塊的質心位於幾何中心，磚塊的長度為 L 。

- (a) 參考圖(a)，兩個磚塊疊在一起，如何擺能使得上方磚塊的右端距下方磚塊的右端最遠？換言之，使得圖中的 x 最大，令 x_2 代表這個最大的 x 值，請問 $\frac{x_2}{L}$ 的值為何？
- (b) 參考圖(b)，三個相同的磚塊疊在一起，如何擺能使得最上方的磚塊的右端距最下方磚塊的右端最遠？換言之，使得圖中的 x 最大，令 x_3 代表這個最大的 x 值，請問 $\frac{x_3}{L}$ 的值為何？
- (c) 延伸上面的結果，令 x_n 代表 n 個磚塊疊在一起時 x 的最大值，請導出 x_n 和 x_{n+1} 的關係式 ($n \geq 2$)。
- (d) 請問 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ 的值是否存在？是的話，其值為何。



圖(a)

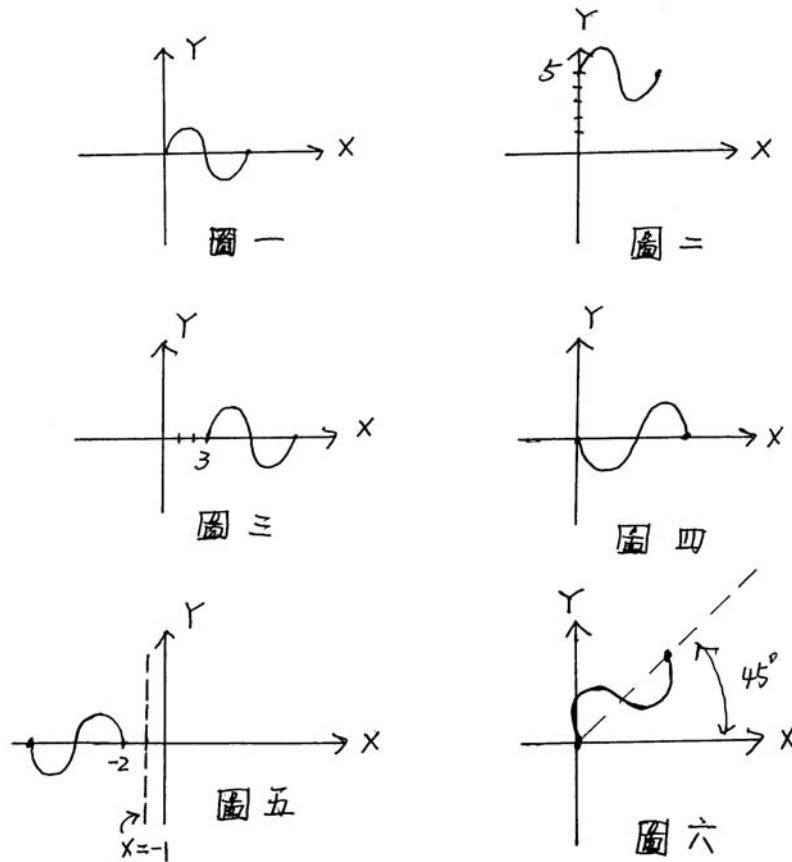


圖(b)

題三：(16分)

參考下列各圖，圖一中， X 與 Y 的關係式為 $Y=F(X)$ ，若將圖形上移 5 個單位，如圖二所示，則 X 與 Y 的關係式為 $Y=F(X)+5$ 。

- (a) 若將圖一中圖形往右移 3 個單位，如圖三所示，則 X 與 Y 的關係式為何？
- (b) 若將圖一中圖形對 $Y=0$ 作鏡射，如圖四所示，則 X 與 Y 的關係式為何？
- (c) 若將圖一中圖形對 $X=-1$ 作鏡射，如圖五所示，則 X 與 Y 的關係式為何？
- (d) 若將圖一中圖形逆時針旋轉 45° ，如圖六所示，則 X 與 Y 的關係式為何？



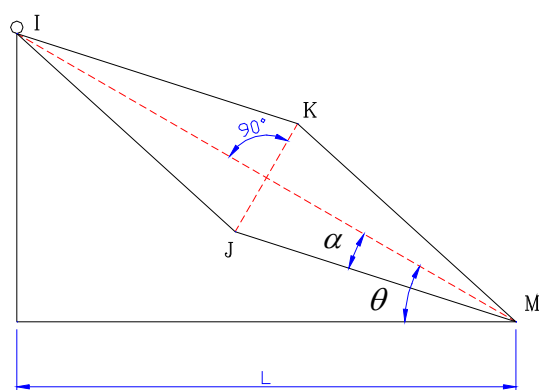
題四：(12分)

請概略繪出 $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) - 2\sqrt{3}\sin x$ 在 $x=0$ 到 2π 之圖形，並算出其最大及最小值，及算出 $y=0$ 時的 x 值。

題五：（18 分）

如下圖所示，有兩個高低起伏不同之光滑斜坡軌道，兩個軌道之起點均為 I、終點均為 M。今有 A、B 兩個大小相同直徑非常小的鐵球，其質量均為 m 。兩個球在同一時間自斜坡之起點 I 由靜止狀態受重力作用，往斜坡終點 M 滑動；A 球沿下方之 IJM 軌道滑行，B 球沿上方之 IKM 軌道滑行。假設接觸面均為光滑面沒有摩擦，而且小鐵球緊貼軌道運動，重力加速度 $g=9.81 \text{ m/sec}^2$ ， $m = 0.001 \text{ kg}$ ， $L=4 \text{ m}$ ， $\theta = 30^\circ$ ， $\alpha = 15^\circ$ 。

1. 推導 A 球到達 J 點時，其運動速率之公式。
2. 推導 B 球到達 K 點時，其運動速率之公式。
3. 推導 A 球到達終點 M 時，其運動速率之公式。
4. 推導 B 球到達終點 M 時，其運動速率之公式。
5. 分別畫出 A 球與 B 球運動時，其速率與水平位置之關係圖。
(只需畫出特性及大小相對關係之示意圖，不必精確計算數值)
6. A、B 兩球那一個球先到達終點？為什麼？
(簡單說明其理由，不需利用精確計算之方法來回答此問題)



題六：（12 分）

個人電腦（包括筆記型電腦）為目前在台灣市面上普及的商品，且在台灣出口的產品中享有優良國際聲譽。這產品之組件及配件中，有許多是與機械產業相關。請挑出其中三樣與機械相關的組件或配件，簡單說明其機械之運作原理或其製造加工的方式。必要時請繪簡圖。文字說明不可超過 200 字。

題七：（14 分）

太空人在第一次進入太空之前，必需經過各項嚴格的訓練。其中的一種訓練即是適應無重力的環境。為了提供這項訓練，科學家必須在地球表面附近（即在大氣層之內）設計一個小房間，讓在這房間中的人感受不到任何重力的存在。請運用你所學過的物理原理，並發揮你的想像力，說明如何設計這個小房間，讓太空人能夠感受到至少連續 30 秒的無重力狀態。請附加計算估算無重力持續時間，必要時請繪簡圖。文字說明不可超過 200 字。