

國立台灣大學 機械工程學系

97 學年度大學甄選入學綜合評量筆試試題

- 請注意：1. 題目共有 5 題，請儘量作答，每題各 20 分，滿分為 100 分。
2. 請在另附的試卷上作答。寫在本試題紙上的答案，則不列入計分。
3. 請儘量作答並說明、分析計算過程。
4. 本試題紙請務必隨試卷繳回。

1. 有一幾何級數數列，其首項為 1。已知其前面共 n 項的和為 11，平方和為 341，立方和為 3641。試求合乎此條件的數列共有幾組，並請列出。

2. 請推導並解釋下列之極限是否存在。若存在，請寫出其極限值。回答問題時，

或可參用公式： $\sin(x) = x - \frac{1}{3!}x^3 + \frac{1}{5!}x^5 - \frac{1}{7!}x^7 + \dots$

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{|x|}$, (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \sin\left(\frac{1}{x}\right)$,

(c) $\lim_{x \rightarrow 0} x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$, (d) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \sin\left(\frac{1}{x}\right)$,

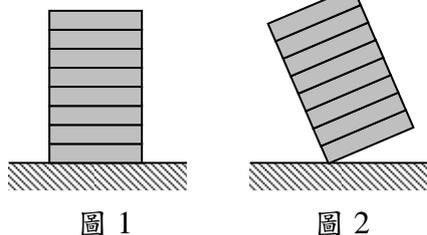
(e) $\lim_{x \rightarrow \infty} x \cdot \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

3. 由於常態分配為一對稱型分配，在平均值上下一個標準差，所包括之機率約為 68%；平均值上下二個標準差，所包括之機率約為 95%；在平均值上下三個標準差，所包括之機率約為 99.7%。請依據常態分配的特性回答下面幾個問題。

(a) 某次數學考試，全年級共 1232 人參加，經過檢驗考試成績為常態分配，平均值為 68 分，標準差為 10 分。(a)楊綜煒的成績為 78 分，請問他在全校大約排名第幾？(b)陳藝訊的成績在前 30 名，請問他的成績至少是幾分？

(b) 由於淡水魚養殖廠時有汞污染的報導，衛生署對於淡水養殖的魚的檢驗標準為在魚肉組織內必須低於 0.4ppm，才不會造成對人體的傷害。今在某養殖場內檢驗五十條養殖魚，其樣本平均汞含量為 0.3ppm，樣本標準差為 0.1ppm，樣本為常態分配。請計算並說明該養殖場是否仍有魚含汞量超過 0.4ppm。為了避免造成不幸事件，你如果是衛生署的官員，你是否應該放行或是嚴禁該養殖場的魚到市場銷售。

4. 小明用磚塊堆疊出一個高塔（如圖 1），積木的形狀類似長方形的磚塊。在堆疊的過程中沒有用黏著劑連接積木，一個不小心高塔傾斜倒塌了（如圖 2）。高塔在倒塌的過程中，依據力學原理，可能以兩種方式斷成兩截，請說明其原理並分別繪出倒塌的過程系列圖。



5. 今年過年因為天氣濕冷，相對濕度極高，於大年初二的早晨，陳媽媽在開車回娘家的路上，車窗一直佈滿著霧氣，造成視線不良。陳媽媽正想著該如何改善這個狀況呢？小君說：只要打開車內的暖氣，就可以使霧氣消散；但小小說：不對，應該是開啟冷氣才會有效。

今假設車內門窗緊閉，可以視為一個密閉空間。倘若此時車內的溫度為 17°C ，相對溼度已達 90%：

- (a) 若打開冷氣使車內的溫度由 17°C 下降至 15°C 時，請問這時候的相對濕度為多少？是否會有水氣凝結？
- (b) 若打開暖氣使車內的溫度由 17°C 上升至 19°C 時，請問此時的相對濕度又是多少？是否會有水氣凝結？
- (c) 由 (a) 與 (b) 的計算結果，請問開冷氣或暖氣可行？並請說明你的理由。

環境條件：已知大氣壓力為 760mmHg ，乾燥空氣與水蒸氣均可視為理想氣體，它們的分子量分別是 28.8 和 18。在不同的溫度下，水的飽和蒸氣壓及汽化熱值列示如下表所示。

溫度 ($^{\circ}\text{C}$)	飽和蒸氣壓 (mmHg)	汽化熱 (kJ/kg)
15	12.8	2,466.1
16	13.6	2,463.8
17	14.5	2,461.4
18	15.5	2,459.1
19	16.5	2,456.8
20	17.5	2,454.3